

模糊综合评价

步骤

1. 解决评价类问题
2. 确定因素集（如果因素过多可考虑用多级，可以用主成分分析法，后面会讲）；确定各因素权重，注意每一级权重之和为 1
3. 确定评语集（有无评价色彩）
4. 从最后一层开始逐级确定每级因素对评语集的隶属度（逐级打分）
5. 根据隶属度确定相关评语（注意画图）

模糊集合

高矮胖瘦好坏这类模糊的评价，用模糊集合来表示

确定隶属函数

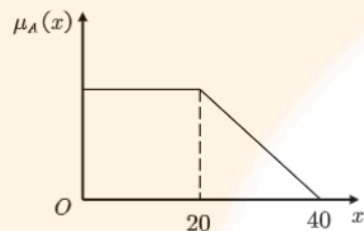
x 轴为论域 U ，隶属函数的取值为隶属度，范围为 $[0,1]$ 。

► 模糊集与特征函数的关系

当论域 U 为无限集时， U 上的模糊集 $A = \int_{x \in U} \frac{\mu_A(x)}{x} dx$

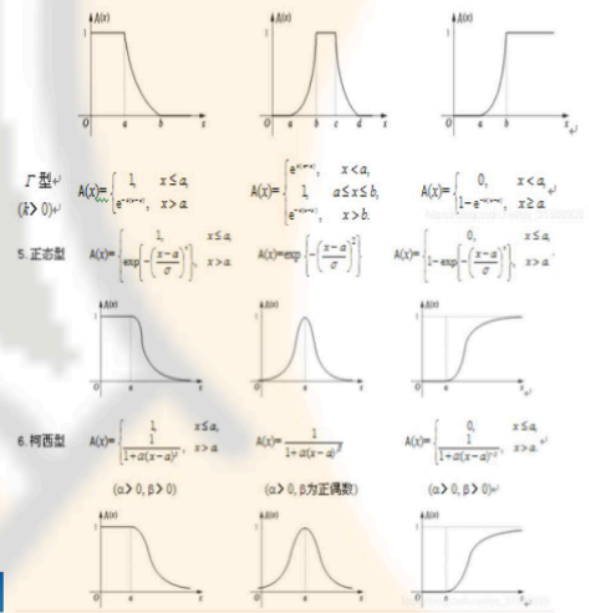
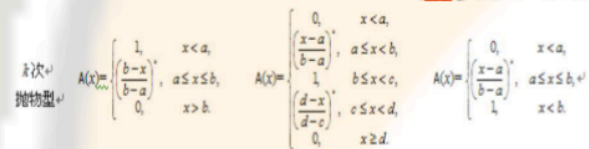
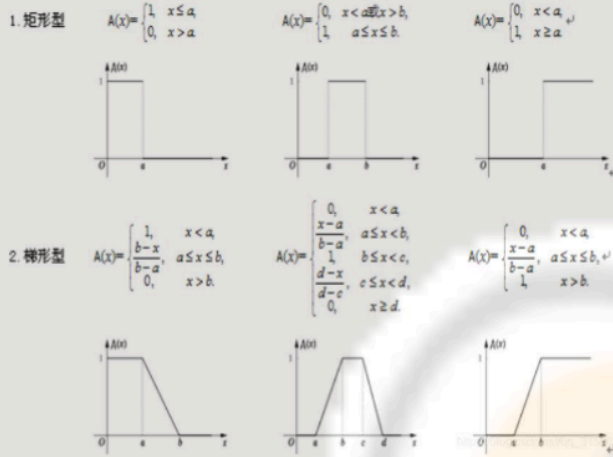
例如对于隶属函数 $\mu_A = \begin{cases} 1, & 0 < x < 20 \\ \frac{40-x}{20}, & 20 \leq x \leq 40 \\ 0, & 40 < x < 120 \end{cases}$ ，求其模糊集 A

$$A = \int_{x \in [0, 20]} \frac{1}{x} dx + \int_{x \in [20, 40]} \frac{40-x}{20} dx + \int_{x \in [40, 120]} \frac{0}{x} dx$$



隶属函数的确定办法

➤ F分布确定隶属函数 (重点)



微信公众号: 大师兄的知识库 微博: 花果山没有眼泪 QQ交流群: 653489407

例 1:

➤ F分布确定隶属函数 (重点)

例1: 建立 <年轻人> 的隶属函数, 根据相关资料, <年轻人> 的隶属函数大致服从柯西分布:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & x \leq a \\ \frac{1}{1 + \alpha(x-a)^\beta} & x > a (\alpha > 0, \beta > 0) \end{cases}$$

【分析】: 已经确定好了分布, 那么解出对应的 α 和 β 即可确定隶属函数. 又因为不足25岁的是真正的年轻人, 故可选 $a = 25$. 从25岁开始, <年轻人> 的隶属度就随着年龄增大而减小, 为了计算方便设 $\beta = 2$, 又考虑到40岁为中年人, 20岁为年轻人, 因此设 $\alpha = 1/25$, 那么其中间的30岁为<年轻人> 的隶属度为0.5.

解: 代入 $a = 20, A(30) = 0.5, \beta = 2, \alpha = 1/25$, 得到隶属函数为

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & x \leq 25 \\ \frac{1}{1 + \left(\frac{x-25}{5}\right)^2} & x > 25 \end{cases}$$

微信公众号: 大师兄的知识库 微博: 花果山没有眼泪 QQ交流群: 653489407

例 2:

► F分布确定隶属函数 (重点)

例2: 在一个荧光屏上, 用以光点的上下运动快慢来代表15种不同的运动速度, 记 $U = \{1, 2, \dots, 15\}$. 主试者随机给出15种速率, 让被试者按“快”、“中”、“慢”进行判断分类, 每种速率共给出320次, 判断结果如下表所示:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
快	0	0	0	0	0	0	0	84	121	172	233	281	320	320	320
中	0	0	0	43	190	302	320	296	231	112	59	0	0	0	0
慢	320	320	305	219	163	92	41	15	0	0	0	0	0	0	0

试用频率作为隶属度, 确定模糊概念“快”、“中”、“慢”在 U 中所表现的模糊集.

题解:

【分析】: 因为这里是以频率作为衡量标准, 所以“快”为极大型, “中”为中间型, “慢”为极小型, 这里用梯形分布为例.

15 41 43 59 84 92 112 121 163 172 190 219 231 233 281 296 302 305 320 320 320

解: 对于“快”的隶属度, 根据表可知, $a = 84$, $b = 320$, 即 $\langle \text{快} \rangle \mu_{A_1}(x) = \begin{cases} 0, & x < 84 \\ \frac{x-84}{320-84}, & 84 \leq x \leq 320 \\ 1, & x > 320 \end{cases}$

$$\langle \text{中} \rangle \mu_{A_2}(x) = \begin{cases} 0, & x < 43 \\ \frac{x-43}{296-43}, & 43 \leq x < 296 \\ 1, & 296 \leq x < 302 \\ \frac{320-x}{320-302}, & 302 \leq x < 320 \\ 0, & x \geq 320 \end{cases}$$

$$\langle \text{慢} \rangle \mu_{A_3}(x) = \begin{cases} 1, & x < 41 \\ \frac{320-x}{320-15}, & 41 \leq x \leq 320 \\ 0, & x > 320 \end{cases}$$

一级模糊综合评价

评语集带有评价色彩型

概念

评价指标集(因素集), $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$

评价等级(评语集), $V = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$

指标的权重(权重集), $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$

例如, 评价一件衣服的受市场欢迎程度, 可以从 $U = \{\text{花色、样式、价格、耐用度、舒适度}\}$ 方面考虑, 以此来判断这件衣服是 $V = \{\text{很欢迎、欢迎、一般、不欢迎}\}$, 其中我们给 U 中的因素赋予权重 $A = \{0.1 \ 0.2 \ 0.1 \ 0.4 \ 0.2\}$.

1. 确定因素集: 工作业绩、工作态度、沟通能力、政治表现方

2. 确定评语集：好、较好、中等、差、很差
3. 确定各因素的权重：确定因素集的重要程度；层次分析法 & 用熵权法的 TOPSIS
4. 确定综合模糊判断矩阵：其意义按照行和列有不同的解释；行为因素，列为评语
5. 进行模糊综合评价：权重乘上矩阵

例题：

例3.在对企业员工进行考核时,由于考核的目的、考核对象、考核范围等的不同,考核的具体内容也会有所差别。有的考核涉及的指标较少,有些考核又包含了非常全面且丰富的内容,需要涉及很多指标。鉴于这种情况,企业可以根据需要,在指标个数较少的考核中,运用一级模糊综合评判,而在问题较为复杂、指标较多时,运用多层次模糊综合评判,以提高精度。

题解：

一级模糊综合评价

► 解题步骤

构成判断矩阵, $R = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.5 & 0.4 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.5 & 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(5) 进行模糊综合评判

$$B = A \cdot R = [0.25, 0.2, 0.25, 0.3] \cdot \begin{bmatrix} 0.1 & 0.5 & 0.4 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.5 & 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 & 0 & 0 \end{bmatrix} = [0.175, 0.53, 0.275, 0.02, 0].$$

取数值最大的评语作为最后综合评判结果,所以评判结果为“良好”。



多优质资源欢迎关注“大师兄的知识库”微信公众号，回复“数学建模”可获得本套课程课件和代码及所需软件安装包

一级模糊综合评价

► 解题步骤

- (1)取因素集 $U = \{政治表现 u_1, 工作能力 u_2, 工作态度 u_3, 工作成绩 u_4\}$ 。
- (2)取评语集 $V = \{优秀 v_1, 良好 v_2, 一般 v_3, 较差 v_4, 差 v_5\}$ 。
- (3)确定各因素权重 $A = [0.25, 0.2, 0.25, 0.3]$ (层次 or 熵权法)
- (4)确定模糊综合判断矩阵,对每个因素 u_i 做出评价
 - ① u_1 由群众评议打分确定: $R_1 = [0.1, 0.5, 0.4, 0, 0]$, 这个式子表示,有10%的人认为政治表现优秀,50%的人认为政治表现良好,40%的人认为政治表现一般,认为政治表现较差或差的人数为0
 - ② u_2 和 u_3 由部门领导打分确定: $R_2 = [0.2, 0.5, 0.2, 0.1, 0], R_3 = [0.2, 0.5, 0.3, 0, 0]$ 。
 - ③ u_4 由单位考核组成员打分确定: $R_4 = [0.2, 0.6, 0.2, 0, 0]$

注意: 隶属度和不一定为1, 和选取的隶属函数有关

其实这就是确定隶属度,还记得前面讲的用模糊统计法确定隶属函数吗?

微信公众号: 大师兄的知识库 | 微博: 花果山没有猿猴 | QQ交流群: 653489467

这里的隶属度是用模糊统计法确定的。

► 模糊统计法确定隶属函数

发放问卷,让受试者对模糊问题进行描述并归类,用隶属频率(比例)定义隶属度

评语集不带有评价色彩型

自行确定隶属函数: 符合趋势; 符合实际含义

例题：

例3.某露天煤矿有五个边坡设计方案，其各项参数根据分析计算结果得到边坡设计方案的参数如下：

项目	方案1	方案2	方案3	方案4	方案5
可采矿量/万吨	4700	6700	5900	8800	7600
基建投资/万元	5000	5500	5300	6800	6000
采矿成本	4.0	6.1	5.5	7.0	6.8
不稳定费用	30	50	40	200	160

据勘探，该矿探明储量8800吨，开采投资不超过8000万元，试做出各方案的优劣排序，选出最佳方案。

题解：

因为表中勘探的地质储量最大为8800吨，故可采矿量的隶属函数 $u_A(x) = \frac{x}{8800}$


投资约束是8000万元，所以 $u_B(x) = 1 - \frac{x}{8000}$

根据专家意见，采矿成本 $a_1 \leq 5.5$ 元/吨为低成本， $a_2 = 8.0$ 元/吨为高成本，故 $u_c(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 5.5 \\ \frac{8.0 - x}{8.0 - 5.5}, & 5.5 \leq x \leq 8.0 \\ 0, & 8.0 < x \end{cases}$

不稳定费用的隶属函数 $u_D(x) = 1 - \frac{x}{200}$

信公众号：大师兄的知识库 微博：花果山没有眼泪 QQ交流群：653489407

多优质资源欢迎关注“大师兄的知识库”微信公众号，回复“数学建模”可获取本套课程课件和代码及所需软件安装包

 大师兄的知识库

一级模糊综合评价

评语集不带有评价色彩型

代入数据，得到以下结果：



其实本题还可以用下一讲的TOPSIS模型求解，大家要记得回来对比着学习哦

项目	方案1	方案2	方案3	方案4	方案5
可采矿量	0.5341	0.7614	0.6405	1	0.8636
基建投资	0.3750	0.3125	0.3375	0.15	0.25
采矿成本	1	0.76	1	0.4	0.48
不稳定费用	1	0.4480	0.6552	0	0.0345

这个表格就是模糊综合判断矩阵 R 。那么， $B = A \cdot R = (0.7435, 0.5919, 0.6789, 0.3600, 0.3905)$
由此可知，方案一最好。

多级模糊综合评价

有明确数据的，直接归一化，如价格；
没有的，用打分法或层次分析法，如性价比。